CALCOLO DI LIMITI

Indicato con α un valore che può essere $x_0 \in \Re$, x_0^+, x_0^-, $+\infty$, $-\infty$, per i limiti della somma, del prodotto e del quoziente di due funzioni valgono le regole riportate nella seguente tabella.

$\lim_{x\to\alpha} f(x)$	$\lim_{x\to\alpha} g(x)$	$\lim_{x\to\alpha}\left(f(x)+g(x)\right)$	$\lim_{x\to\alpha}\left(f(x)\cdot g(x)\right)$	$\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)}{g(x)}$
l	m	$l+m$	$l\cdot m$	$\frac{l}{m}$

Tali regole, valide per *l* ed *m* numeri reali, si estendono anche ai casi in cui *l* ed *m* sono infiniti o infinitesimi (=0) applicando le seguenti regole di calcolo.

REGOLE DI CALCOLO DEI LIMITI CON I NUMERI REALI (*l, m*) GLI INFINITI ($\pm\infty$) E L'INFINITESIMO 0

1) $-(-\infty) = +\infty;\quad -(+\infty) = -\infty;$

2) $\frac{1}{\pm\infty} = 0^{\pm};\quad \frac{1}{0^{\pm}} = \pm\infty$ si applica la regola del segno del quoziente, per esempio $\frac{1}{0^{+}} = +\infty$

3) $l+\infty = +\infty;\quad l-\infty = -\infty;\quad -\infty-\infty = -\infty;\quad +\infty+\infty = +\infty$

4) $l(+\infty) = \pm\infty;\quad (\pm\infty)(\pm\infty) = \pm\infty$ si applica la regola del segno del prodotto

5) $\sqrt[n]{+\infty} = +\infty$ n è un numero naturale maggiore o uguale a 2

6) $\frac{l}{\pm\infty} = 0^{\pm};\quad \frac{\pm\infty}{l} = \pm\infty;\quad \frac{l}{0^{\pm}} = \pm\infty;\quad \frac{\pm\infty}{0^{\pm}} = \pm\infty$ si applica la regola del segno del quoziente

Alcune particolari operazioni non sono definite, esse sono chiamate *forme indeterminate*.

LE FORME INDETERMINATE

$$\frac{\infty}{\infty};\quad \frac{0}{0};\quad \infty-\infty;\quad 0\cdot\infty;\quad \infty^0;\quad 0^0;\quad 1^\infty$$

ESERCIZI DI CALCOLO DI LIMITI

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x+\frac{5}{x}\right) = (-\infty)+\frac{5}{(-\infty)} = -\infty+0 = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}(2-x)\log x = [2-(+\infty)]\log(+\infty) = [-\infty]\cdot(+\infty) = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1-x^2\right)e^x = \left(1-(+\infty)^2\right)e^{+\infty} = (1-\infty)(+\infty) = -\infty(+\infty) = -\infty$$

$$\lim_{x\to3^+}\frac{1}{3x-9} = \frac{1}{3\left(3^+\right)-9} = \frac{1}{9^+-9} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$