

RISOLUZIONE DI EQUAZIONI DI SECONDO GRADO $ax^2 + bx + c = 0$

Le soluzioni sono date dalla formula risolutiva generale: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ con $\Delta = b^2 - 4ac$

Casi speciali:

$ax^2 + c = 0$ Equazione pura \rightarrow Soluzioni: $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$

$ax^2 + bx = 0$ Equazione spuria $\rightarrow x(ax + b) = 0$

	Soluzioni
$x = 0$ \rightarrow	$x_1 = 0$
$ax + b = 0$ \rightarrow	$x_2 = -\frac{b}{a}$

ESERCIZI

Risolvi l'equazione: $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$2x^2 - 7x + 3 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49 - 24 = 25$

$a = 2, b = -7, c = 3$

Soluzioni: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{7 \pm 5}{4}$

$x_1 = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
$x_2 = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3$

Risolvi l'equazione: $(2x + 3)^2 = (x - 1)(x - 2) + 25$

Svolgiamo i calcoli. Il quadrato di un binomio è dato dalla formula:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(2x + 3)^2 = (x - 1)(x - 2) + 25 \rightarrow (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = x \cdot x - x \cdot 2 - 1 \cdot x + 1 \cdot 2 + 25$$

Dopo aver svolto i calcoli trasportiamo tutti i termini dal secondo al primo membro cambiandogli il segno

$$4x^2 + 12x + 9 = x^2 - 2x - x + 2 + 25 \rightarrow 4x^2 + 12x + 9 - x^2 + 2x + x - 2 - 25 = 0$$

Sommiamo i termini simili

$$4x^2 + 12x + 9 - x^2 + 2x + x - 2 - 25 = 0 \rightarrow 3x^2 + 15x - 18 = 0$$

Dividiamo tutto per 3 per ridurre i coefficienti dell'equazione

$$\frac{3x^2 + 15x - 18}{3} = \frac{0}{3} \rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$1x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 + 24 = 49$$

$a = 1, \quad b = 5, \quad c = -6$

Soluzioni: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 7}{2}$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-5-7}{2} = \frac{-12}{2} = -6 \\ x_2 &= \frac{-5+7}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

Risolvi l'equazione: $\frac{8-x^2}{4} + \frac{x(x-1)}{3} - 1 = 0$

$$\frac{8-x^2}{4} + \frac{x(x-1)}{3} - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{8-x^2}{4} + \frac{x^2-x}{3} - 1 = 0$$

$$\frac{8-x^2}{4} + \frac{x^2-x}{3} - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad 12 \left(\frac{8-x^2}{4} + \frac{x^2-x}{3} - 1 \right) = 12 \cdot 0$$

Moltiplichiamo tutto per 12 il m.c.m. di 4 e 3 per eliminare le frazioni dall'equazione

$$12 \frac{8-x^2}{4} + 12 \frac{x^2-x}{3} - 12 \cdot 1 = 0 \quad \rightarrow \quad 3 \frac{8-x^2}{1} + 4 \frac{x^2-x}{1} - 12 = 0$$

$$3(8-x^2) + 4(x^2-x) - 12 = 0 \quad \rightarrow \quad 24 - 3x^2 + 4x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$24 - 3x^2 + 4x^2 - 4x - 12 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$1x^2 - 4x + 12 = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (12) = 16 - 48 = -32$$

$a = 1, \quad b = -4, \quad c = 12$

Soluzioni: Nessuna $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{-32}}{2 \cdot 1}$

Non si può estrarre $\sqrt{-32}$ pertanto l'equazione non ha soluzioni
