LE DISEQUAZIONI INTERE – ESERCIZI TRATTI DAL LIBRO "MATEMATICA.AZZURRO 2 - SECONDA EDIZIONE"

RISOLUZIONE DI DISEQUAZIONI

Esercizio n. 58 - Risolvi la disequazione: $\mathbf{3x - 5 < -2}$ **Soluzioni:** $\mathbf{x < 1}$

La risoluzione consiste nel determinare quali numeri sostituiti alla x rendono vera la disuguaglianza. Si procede svolgendo i calcoli nel primo e nel secondo membro, quindi si applicano i principi di equivalenza per far sì che al primo membro compaia la x e al secondo membro un numero.

$3x - 5 < -2$ → (Principio del trasporto) $3x < 5 - 2$

Quando si trasporta un termine da un membro all'altro, lo si cambia di segno

$3x < 5 - 2$ → $3x < 3$

$3x < 3$ → (Secondo principio di equivalenza) $\frac{3x}{3} < \frac{3}{3}$

Moltiplicando o dividendo i due membri di una disequazione per uno stesso numero positivo si ottiene una disequazione equivalente a quella data

$\frac{\cancel{3}^{1}x}{\cancel{3}_{1}} < \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{3}_{1}}$ → $x < 1$

Quest'ultima disequazione è stata ottenuta applicando i principi di equivalenza delle disequazioni a partire dalla disequazione data, pertanto è equivalente alla disequazione data, ovvero ha le stesse soluzioni di quella data, ma è scritta in modo che le soluzioni siano palesi, in questo caso le soluzioni sono tutti i numeri minori di 1.

Esercizio n. 76. Risolvi la disequazione: $\mathbf{(x-1)(x+2) + (1-x)(2x+3) \leq 2 - x^2}$ **Soluzioni:** $\forall\, x \in \mathbb{R}$

$(x-1)(x+2) + (1-x)(2x+3) \leq 2 - x^2$

$x \cdot x + x \cdot 2 - 1 \cdot x - 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2x + 1 \cdot 3 - x \cdot 2x - x \cdot 3 \leq 2 - x^2$

$x^2 + 2x - x - 2 + 2x + 3 - 2x^2 - 3x \leq 2 - x^2$

$x^2 + 2x - x - 2 + 2x + 3 - 2x^2 - 3x \leq 2 - x^2$

Trasportiamo le x al primo membro e i numeri al secondo membro, ordinando il polinomio secondo le potenze decrescenti della x

$x^2 - 2x^2 + x^2 + 2x - x + 2x - 3x \leq 2 - 3 + 2$

$x^2 - 2x^2 + x^2 + 2x - x + 2x - 3x \leq 2 - 3 + 2$

Sommiamo algebricamente i monomi simili

$(1-2+1)x^2 \ +(2-1+2-3)x \ \leq \ 1$

$0x^2 \ -0x \ \leq \ 1$

$0x \ \leq \ 1$

Questa disequazione è equivalente a quella data ed è soddisfatta da qualunque numero x, infatti qualunque numero sostituito al posto della x rende vera la disuguaglianza in quanto svolgendo il calcolo risulta $0 \leq \ 1$.
Le soluzioni sono pertanto tutti i numeri reali. In simboli matematici questo si scrive: $\forall \ \boldsymbol{x} \ \boldsymbol{\epsilon} \ \mathbb{R}$

$\forall \ \boldsymbol{x} \ \boldsymbol{\epsilon} \ \mathbb{R}$ si legge: qualunque x appartenente all'insieme dei numeri reali

$\forall$ qualunque

$\boldsymbol{\epsilon}$ appartenente a …

$\mathbb{R}$ insieme dei numeri reali

Esercizio n. 85. Risolvi la disequazione: $\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{3}x\right)^2 < \frac{5}{9}x(x-2)+\left(x-\frac{4}{9}x\right)4x$ **Soluzioni: Nessuna**

$\left(\frac{1}{3}-\frac{5}{3}x\right)^2 < \frac{5}{9}x(x-2)+\left(x-\frac{4}{9}x\right)4x$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2-2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{3}x+\left(\frac{5}{3}x\right)^2 < \frac{5}{9}x\cdot x-\frac{5}{9}x\cdot 2+\ x\cdot 4x-\frac{4}{9}x\cdot 4x$$

$$\frac{1}{9}-\frac{10}{9}x+\frac{25}{9}x^2 < \frac{5}{9}x^2-\frac{10}{9}x+4x^2-\frac{16}{9}x^2$$

Moltiplichiamo primo e secondo membro per 9 per eliminare le frazioni. Per il secondo principio di equivalenza si ottiene una disequazione equivalente

$$\left(\frac{1}{9}-\frac{10}{9}x+\frac{25}{9}x^2\right)\cdot 9 < \left(\frac{5}{9}x^2-\frac{10}{9}x+4x^2-\frac{16}{9}x^2\right)\cdot 9$$

$$\frac{1}{\cancel{9}}\cdot\cancel{9}-\frac{10}{\cancel{9}}x\cdot\cancel{9}+\frac{25}{\cancel{9}}x^2\cdot\cancel{9} < \frac{5}{\cancel{9}}x^2\cdot\cancel{9}-\frac{10}{\cancel{9}}x\cdot\cancel{9}+4x^2\cdot 9-\frac{16}{\cancel{9}}x^2\cdot\cancel{9}$$

$$1-10x+25x^2 < 5x^2-10x+36x^2-16x^2$$

Trasportiamo i numeri al secondo membro e le x al primo membro. Per il principio del trasporto otteniamo una disequazione equivalente.

$$25x^2-5x^2-36x^2+16x^2-10x+10x < -1$$

$(25-5-36+16)x^2+(-10+10)x<-1$

$0x^2+0x<-1$

Ogni numero sostituito alla x da luogo alla seguente diseguaglianza: $0<-1$ che non è vera. Pertanto non c' è alcun numero reale che rende vera la diseguaglianza data, ovvero la disequazione data non ammette soluzioni (si dice impossibile).